CANPOINT®

练习册

主编 肖德好

全品学练考

高中数学

必修第二册 RJA

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答单本

天津出版传媒集团
天津人民出版社

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

【学习目标】

1. 了解基本事实4和等角定理.
2. 借助长方体，通过直观感知，了解空间中直线与直线平行的关系.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ **知识点一　平行线的传递性**

基本事实4

(1)文字语言:平行于同一条直线的两条直线________.

(2)符号语言:设 a,b,c 是三条直线，则 $\begin{cases}a/\!/b,\\c/\!/b\end{cases}\Rightarrow$ ________.

(3)作用:判断空间两条直线__________.

【诊断分析】判断下列说法的正误.(正确的打"√"，错误的打"×")

(1)已知 a,b,c,d 为4条不同的直线，若 $a/\!/b,b/\!/c,c/\!/d$，则 $a/\!/d$.　(　)

(2)已知 a,b,c 为3条不同的直线，若 $a/\!/b,b/\!/c$，则 a,c 无公共点.　(　)

◆ **知识点二　空间中的等角定理**

定理　如果空间中两个角的两条边分别对应平行，那么这两个角__________.

【诊断分析】1. 判断下列说法的正误.(正确的打"√"，错误的打"×")

(1)若 $\angle ABC=\angle A'B'C'$，且 $AB/\!/A'B'$，则 $AC/\!/A'C'$.　(　)

(2)若 $\angle ABC+\angle A'B'C'=180^\circ$，且 $AB/\!/A'B'$，则 $AC/\!/A'C'$.　(　)

2. 当一个角的两条边与另一个角的两条边分别平行时，这两个角在什么情况下相等，在什么情况下互补?

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ **探究点一　已知两角及一边解三角形**

例1　在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $a=8,B=60^\circ,C=75^\circ$，求 b 的值.

变式　(1)已知 $\triangle ABC$ 中，$a=3,A=\frac{\pi}{6},B=\frac{\pi}{12}$，则 $c=$　(　)

A. 1　B. $\sqrt{2}$　C. $3\sqrt{2}$　D. $\sqrt{3}$

(2)在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=5,B=\frac{\pi}{4},\tan A=2$，则 $a=$________.

[素养小结]

已知三角形任意两角和一边解三角形的基本思路

(1)由三角形内角和定理求出第三个角.

(2)由正弦定理的变形公式，求另外的两条边.

拓展　在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $B=45^\circ,C=60^\circ,c=1$，则 $\triangle ABC$ 最短边的长为　(　)

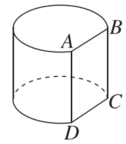
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

◆ **探究点二　圆柱、圆锥、圆台的表面积和体积**

例2　(1)已知圆台的上、下底面圆的半径分别为2和5，高为4，则这个圆台的侧面积为　(　)

A. $\frac{35\pi}{2}$　B. 35π　C. 28π　D. 64π

(3)已知圆柱的底面半径为2，高为3，垂直于圆柱底面的平面截圆柱所得截面为矩形 $ABCD$，剩余部分如图所示. 若弦 AB 所对的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$，则剩余部分的体积为________.



变式　(1)已知一个圆柱的高是底面半径的2倍，则该圆柱的侧面积与表面积的比值为　(　)

A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{2}{3}$　D. $\frac{4}{5}$

(2)[2024·合肥一中高一期中] 已知某圆锥的侧面展开图是一个半径为 r 的半圆，且该圆锥的体积为 3π，则 $r=$________.

[素养小结]

求圆柱和圆锥的表面积时，只需按照公式进行求解；而解决台体的问题通常要还台为锥，求表面积时要注意侧面展开图的应用，上、下底面圆的周长是侧面展开图的弧长.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型二　向量的数量积运算**

[类型总述] (1)平面向量数量积的运算；(2)用数量积求向量的模、夹角.

例 2 (1)[2023·新课标Ⅰ卷] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-1)$. 若 $(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b})$，则 (　　)

A. $\lambda+\mu=1$　　B. $\lambda+\mu=-1$

C. $\lambda\mu=1$　　D. $\lambda\mu=-1$

(2)[2024·厦门双十中学高一月考] 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2AD=4$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$ (　　)

A. -12　　B. -8

C. 8　　D. 12

变式 (1)[2024·新课标Ⅰ卷] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,x)$，若 $\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a})$，则 $x=$ (　　)

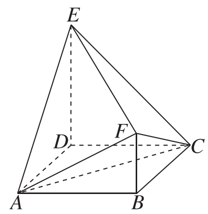
A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

◆ **题型三　简单几何体的表面积与体积的计算**

[类型总述] (1)体积公式；(2)表面积公式；(3)内切(外接)；(4)轴截面.

例 3 (1)(多选题)[2022·新高考全国Ⅱ卷] 如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，$ED\perp$ 平面 $ABCD$，$FB\parallel ED$，$AB=ED=2FB$，记三棱锥 $E\text{-}ACD$，$F\text{-}ABC$，$F\text{-}ACE$ 的体积分别为 V_1,V_2,V_3，则 (　　)



A. $V_3=2V_2$　　B. $V_3=2V_1$

C. $V_3=V_1+V_2$　　D. $2V_3=3V_1$

04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

9. (多选题)[2024·无锡高一期中] 在正四面体 $ABCD$ 中，E,F,G,H 分别是棱 AB,BC,CD,AD 的中点，则下列说法中正确的有 (　　)

A. $EF\parallel$ 平面 ACD

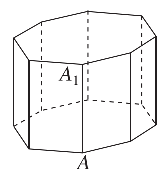
B. $AC\perp BD$

C. E,F,G,H 四点共面

D. $AB\perp$ 平面 FGH

▶ **思维探索** 选做题

15. 《九章算术》中，称底面为矩形且有一条侧棱垂直于底面的四棱锥为阳马. 设 AA_1 是正八棱柱的一条侧棱，如图，若阳马以该正八棱柱的顶点为顶点，以 AA_1 为底面矩形的一边，则这样的阳马的个数是 (　　)



A. 8　　B. 16　　C. 24　　D. 28

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

▶ 滚动习题（二）

范围 6.3

(时间：45 分钟　分值：100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分)

5. [2024·杭州二中高一期中] 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=$ (　　)

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 8

二、多项选择题(本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分)

7. 设 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是平面内两个不共线的向量，则以下 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 可作为该平面内一个基底的是 (　　)

A. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1$

B. $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=\frac{1}{4}\boldsymbol{e}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_2$

C. $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$

D. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{e}_1+4\boldsymbol{e}_2$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

9. 已知向量 $\boldsymbol{m}=(1,2)$，写出一个与向量 $\boldsymbol{m}$ 方向相反的向量 $\boldsymbol{n}$ 的坐标为________.

10. 已知两点 $M(7,8)$，$N(1,-6)$，点 P 是线段 MN 上靠近点 M 的三等分点，则点 P 的坐标为________.

12. 已知在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=\sqrt{5}$，$\angle BAD$ 为锐角，且 $\sin\angle BAD=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，点 P_0 是边 CD 上一定点，点 P 是边 CD 上一动点，若 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}\geqslant\overrightarrow{P_0A}\cdot\overrightarrow{P_0B}$ 恒成立，则 $|\overrightarrow{P_0D}|=$________.

目录 Contents

09 第九章 统计

PART NINE

10 第十章 概率

PART TEN

测 评 卷

练习册 PRACTISE

第六章 平面向量及其应用

6.1 平面向量的概念

6.1.1 向量的实际背景与概念

6.1.2 向量的几何表示

6.1.3 相等向量与共线向量

一、选择题

1. 下列说法中正确的是 ( )

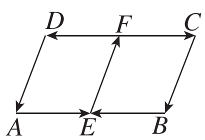
A. 两个单位向量一定相等

B. 物理学中的重力是向量

C. 向量就是有向线段

D. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同或相反

2. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,E,F 分别是 AB,CD 的中点,则图中所示的向量中与 $\overrightarrow{AE}$ 平行的有 ( )



A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

3. [2024・广州实验外语学校高一月考] 下列说法正确的是 ( )

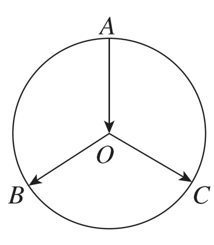
A. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$

B. 若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$,则 $2\boldsymbol{a}<3\boldsymbol{b}$

C. 对任意非零向量 $\boldsymbol{a}$,$\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$ 是和它同向的单位向量

D. 零向量没有方向

4. 如图,在单位圆 O 中,向量 $\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{AO}$ 是 ( )



A. 有相同起点的向量

B. 共线向量

C. 模相等的向量

D. 相等向量

5. [2024・茂名高新中学高一月考] 一架飞机向西飞行 400 km,再向东飞行 500 km,如果记飞机飞行的路程为 s,位移为 $\boldsymbol{a}$,那么 $s-|\boldsymbol{a}|=$ ( )

A. 800 km　　B. 700 km

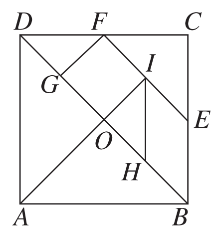
C. 600 km　　D. 500 km

6. 在四边形 $ABCD$ 中,若 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|$ 且 $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$,则四边形 $ABCD$ 一定是 ( )

A. 正方形　　B. 矩形

C. 菱形　　D. 等腰梯形

7. 民间流传的一种智力玩具七巧板是将一块正方形切割为五个等腰直角三角形、一个正方形和一个平行四边形,如图所示,则图中与 $\overrightarrow{FE}$ 的模相等的向量的个数是 ( )



A. 2　　B. 9

C. 5　　D. 7

8. (多选题)下列说法正确的是 ( )

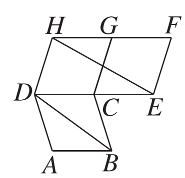
A. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

B. 只有零向量的模等于 0

C. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 是平行向量,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

D. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是非零向量

9. (多选题)如图所示,四边形 $ABCD$,$CEFG$,$DCGH$ 是全等的菱形,HE 与 CG 相交于点 M,则下列结论一定成立的是 ( )



A. $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{EF}|$

B. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{FH}$ 共线

C. $\overrightarrow{BD}$ 与 $\overrightarrow{EH}$ 共线

D. $\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{EC}$ 共线

二、填空题

10. 已知 A,B,C 是不共线的三点,向量 $\boldsymbol{m}$ 与向量 $\overrightarrow{AB}$ 是平行向量,与 $\overrightarrow{BC}$ 是共线向量,则 $\boldsymbol{m}=$________.

11. 某人从点 A 出发向正东方向行进 100 m 后到达点 B,再向正南方向行进 $100\sqrt{3}$ m 后到达点 C,则此人位移的方向是__________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

12. 已知四边形 $ABCD$ 是矩形，设点集 $M=\{A,B,C,D\}$，集合 $T=\{\overrightarrow{PQ}\mid P,Q\in M$ 且 P,Q 不重合$\}$，用列举法表示集合 $T=$____________________________.

三、解答题

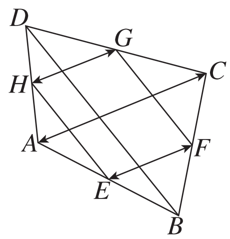
13. 如图，E,F,G,H 分别是四边形 $ABCD$ 各边的中点，分别指出图中：

(1)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 相等的向量；

(2)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 平行的向量；

(3)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 模相等的向量；

(4)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 模相等、方向相反的向量.



14. 一辆汽车从 A 点出发向西行驶了 100 km 到达 B 点，然后改变方向，沿北偏西 40°方向行驶了 200 km 到达 C 点，最后又改变方向，向东行驶了 100 km 到达 D 点.

(1) 作出向量 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD}$；

(2) 求$|\overrightarrow{AD}|$.

▶思维探索 选做题

15. 已知在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ 且$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BD}|=|\overrightarrow{BC}|=2$，则该四边形内切圆的面积是__________.

16. 一位模型赛车手遥控一辆赛车沿正东方向向前行进 1 米，逆时针转变 $\alpha(0^\circ<\alpha<180^\circ)$，继续按直线向前行进 1 米，再逆时针转变 α，按直线向前行进 1 米，按此方法继续操作下去.

(1)作示意图说明当 $\alpha=45^\circ$时，操作几次后赛车的位移为零向量；

(2)按此操作方法使赛车行进一周后能回到出发点，α 应满足什么条件？

6.2 平面向量的运算

6.2.1 向量的加法运算

一、选择题

1. 设向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AC}=$ （　　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

C. $-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$　　D. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$

2. 化简：$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}$ 等于 （　　）

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BA}$

C. $\mathbf{0}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

3. 某人先向东走 3 km，位移记为 $\boldsymbol{a}$，接着再向北走 3 km，位移记为 $\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 表示 （　　）

A. 向东南走 $3\sqrt{2}$ km　　B. 向东北走 $3\sqrt{2}$ km

C. 向东南走 $3\sqrt{3}$ km　　D. 向东北走 $3\sqrt{3}$ km

4. 已知四边形 $ABCD$ 是梯形，$AD/\!/BC$，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，则 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DO}=$ （　　）

A. $\overrightarrow{CD}$　　B. $\overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{DA}$　　D. $\overrightarrow{DO}$

5. 若在△ABC 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，则△$ABC$ 的形状是 （　　）

A. 等边三角形　　B. 锐角三角形

C. 斜三角形　　D. 等腰直角三角形

6. 已知点 P 为△ABC 所在平面内一点，当 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PC}$ 成立时，点 P 位于 （　　）

A. △ABC 的 AB 边上

B. △ABC 的 BC 边上

C. △ABC 的内部

D. △ABC 的外部

7. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O，且 $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{OB}$，则四边形 $ABCD$ 一定为 （　　）

A. 正方形　　B. 梯形

C. 平行四边形　　D. 菱形

8. (多选题)设 $\boldsymbol{a}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA})$，$\boldsymbol{b}$ 是任一非零向量，则下列结论中正确的是 （　　）

A. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}<|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$

9. (多选题)已知四边形 $ABCD$ 为平行四边形，则下列结论正确的是 （　　）

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$

二、填空题

10. 化简下列各式：① $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$；② $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MB})+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OM}$；③ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}$；④ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}$. 其中结果为 $\mathbf{0}$ 的个数是________.

11. 在边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 中，$|\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}|=$________.

12. 一艘船在静水中航行速度的大小为 5 km/h，河水的流速大小为 2 km/h，则船实际航行速度的大小(单位：km/h)的取值范围是________.

班级

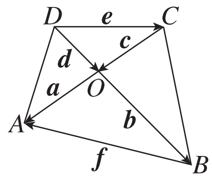
姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

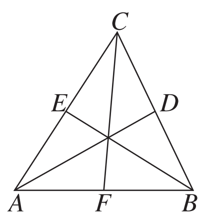
三、解答题

13. 如图所示,求:

(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{d}$;(2)$\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}$;(3)$\boldsymbol{e}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}$;(4)$\boldsymbol{c}+\boldsymbol{f}+\boldsymbol{b}$.



14. 如图,已知 D,E,F 分别为$\triangle ABC$ 的边 BC,AC,AB 的中点.求证:$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\mathbf{0}$.



思维探索 选做题

15. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 为非零向量,若 $\boldsymbol{p}=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}+\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}+\frac{\boldsymbol{c}}{|\boldsymbol{c}|}$,则$|\boldsymbol{p}|$的取值范围为 ( )

A. $[0,1]$　　B. $[1,2]$

C. $[0,3]$　　D. $[1,3]$

16. 已知桥是南北方向的,受落潮影响,海水以 12.5 km/h 的速度向东流,现有一艘工作艇,在海面上航行检查桥墩的状况,已知工作艇在静水中的速度大小是 25 km/h,若工作艇要沿着与桥平行的方向由南向北航行,则工作艇的航向如何确定?

6.2.2 向量的减法运算

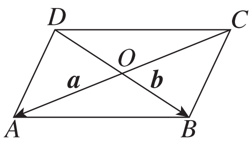
一、选择题

1. 若 O,E,F 是不共线的任意三点，则以下各式中成立的是（　）

A. $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OE}$　　B. $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{OF}-\overrightarrow{OE}$

C. $\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OE}$　　D. $\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{OF}-\overrightarrow{OE}$

2. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 交于点 O，设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BC}$ 可以表示为（　）



A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$

B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$

D. $-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

3. ［2024·湖南衡阳高一期中］$(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BE})=$（　）

A. $\overrightarrow{DE}$　　B. $\overrightarrow{ED}$

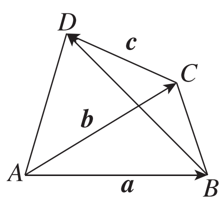
C. $\overrightarrow{CE}$　　D. $\overrightarrow{EC}$

4. 若 $|\overrightarrow{AB}|=5$，$|\overrightarrow{AC}|=8$，则 $|\overrightarrow{BC}|$ 的取值范围是（　）

A. $[3,8]$　　B. $(3,8)$

C. $[3,13]$　　D. $(3,13)$

5. 如图，记向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{c}$，则向量 $\overrightarrow{BD}$ 可以用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示为（　）



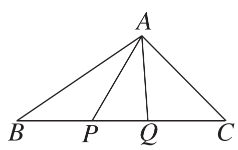
A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$

D. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$

6. 如图所示，P,Q 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的两个点，且 $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{QC}$，则化简 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AQ}$ 的结果为（　）



A. $\mathbf{0}$　　B. $\overrightarrow{BP}$　　C. $\overrightarrow{PQ}$　　D. $\overrightarrow{PC}$

7. 已知任意两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，则（　）

A. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$

B. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$

C. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$

D. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$

8. （多选题）［2024·山东泰安高一期中］下列运算正确的是（　）

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AD}=\mathbf{0}$　　D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{DA}=\mathbf{0}$

9. （多选题）已知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，且 $\angle BAC=90°$，则有（　）

A. $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$

B. $|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}|$

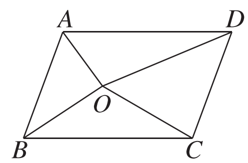
C. $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}|=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}|$

D. $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}|$

二、填空题

10. $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB})+(\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD})=$________.

11. 如图所示，已知 O 为平行四边形 $ABCD$ 内一点，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{OD}=$________.



12. 已知 $|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}|=9$，则 $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}|$ 的取值范围为________，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|$ 的取值范围为________.

三、解答题

13. 化简：

(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DC}$；

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EA}$；

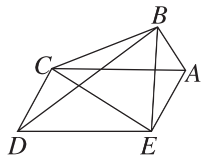
(3) $(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})-\overrightarrow{BC}$.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

14. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中，若四边形 $ACDE$ 是平行四边形，且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AE}=\boldsymbol{c}$，试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BE}$，$\overrightarrow{CD}$ 及 $\overrightarrow{CE}$.



▶ 思维探索 选做题

15. 若 O 是△ABC 所在平面内一点，且满足 $|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}|=|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}|$，则△$ABC$ 是________三角形.

16. 已知△ABC 是等腰直角三角形，$\angle ACB=90°$，M 是斜边 AB 的中点，设 $\overrightarrow{CM}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$. 求证：

(1) $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|$；

(2) $|\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})|=|\boldsymbol{b}|$.

6.2.3 向量的数乘运算

一、选择题

1. $3(2\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})=$ （　　）

A. $5\boldsymbol{a}+7\boldsymbol{b}$　　B. $5\boldsymbol{a}-7\boldsymbol{b}$

C. $6\boldsymbol{a}+12\boldsymbol{b}$　　D. $6\boldsymbol{a}-12\boldsymbol{b}$

2. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=$ （　　）

A. $\overrightarrow{BD}$　　B. $\overrightarrow{DB}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$　　D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$

3. 已知 m,n 是实数，$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是向量，给出下列说法：①$m(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=m\boldsymbol{a}-m\boldsymbol{b}$；②$(m-n)\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{a}-n\boldsymbol{a}$；③若 $m\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$；④若 $m\boldsymbol{a}=n\boldsymbol{a}$，则 $m=n$. 其中正确说法的个数是 （　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. 已知不共线的两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，若 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-5\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，则一定共线的三点是 （　　）

A. A,B,D　　B. A,B,C

C. B,C,D　　D. A,C,D

5. ［2024・金华高一期中］在△ABC 中，点 D 是 AC 边上靠近点 A 的三等分点，点 E 是 AB 边的中点，则 $\overrightarrow{DE}=$ （　　）

A. $-\frac{1}{6}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$　　B. $-\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

C. $-\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$　　D. $\overrightarrow{BA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

6. 已知 P 是正六边形 $ABCDEF$ 外一点，O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心，则 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{PF}$ 等于 （　　）

A. $\overrightarrow{PO}$　　B. $3\overrightarrow{PO}$　　C. $6\overrightarrow{PO}$　　D. $\boldsymbol{0}$

7. 在△ABC 中，D 是 AC 边上一点，且 $AC=4AD$，P 为 BD 上一点，若向量 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}(\lambda>0,\mu>0)$，则 λ,μ 满足的关系式为 （　　）

A. $\lambda+\mu=1$　　B. $\lambda+\frac{\mu}{4}=1$

C. $\lambda+4\mu=1$　　D. $4\lambda+\mu=1$

8. （多选题）［2024・泰安一中高一月考］已知 $\boldsymbol{e}$，$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 均为非零向量，则一定能推出 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的是 （　　）

A. $\boldsymbol{a}=-3\boldsymbol{e},\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}$

B. $\boldsymbol{a}=-\frac{1}{3}\boldsymbol{e},\boldsymbol{b}=\frac{2}{3}\boldsymbol{e}$

C. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=\frac{\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2}{2}-\boldsymbol{e}_1$

D. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2+\frac{\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2}{2}$

9. （多选题）在△ABC 中，D,E,F 分别是边 BC，CA，AB 的中点，点 G 为△ABC 的重心，则下列结论中正确的是 （　　）

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

C. $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CE}=\boldsymbol{0}$

D. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\boldsymbol{0}$

二、填空题

10. ［2024・福建厦门双十中学高一期中］已知 x，y 是实数，向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线，若 $(y-2)\boldsymbol{a}+(x-1)\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$，则 $x+y=$________.

11. 在四边形 $ABCD$ 中，若 $\overrightarrow{AB}=3\boldsymbol{e}$，$\overrightarrow{CD}=-5\boldsymbol{e}$，且 $|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}|$，则四边形 $ABCD$ 的形状为__________.

12. ［2024・衡阳一中高一月考］已知点 M 是△ABC 内一点且 $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CM}$，若 $S_{\triangle ABC}=3$，则△MBC 的面积为________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (1)化简：$\frac{2}{3}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\frac{3}{5}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})+\frac{1}{3}(\boldsymbol{0}-\boldsymbol{a})$；

(2)已知 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}$ 为非零向量，设向量 $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}$，求$\left(\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\right)-\left(\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}\right)+2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$.

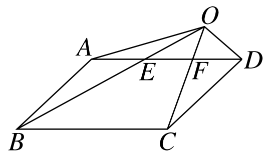
14. 已知两个非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线，且 $\overrightarrow{OA}=2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=k\boldsymbol{a}+12\boldsymbol{b}$.

(1)若 $2\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，求 k 的值；

(2)若 A,B,C 三点共线，求 k 的值.

▶思维探索 选做题

15. [2024·安徽芜湖高一期中]如图，E,F 为平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 的两个三等分点，连接 BE，CF 并延长，交于点 O，连接 OA,OD，则 $\overrightarrow{OD}=$ (　　)



A. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$　　B. $-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$

C. $-2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$　　D. $\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}$

16. 已知 O 是△ABC 所在平面内一点，D 为 BC 的中点.

(1)若 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，试判断向量 $\overrightarrow{AO}$ 与 $\overrightarrow{OD}$ 的关系，并说明理由；

(2)若 E 为 AC 的中点，O 在线段 DE 上，且 $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，△$BOC$ 的面积为 2，求△ABC 的面积.

6.2.4 向量的数量积

第 1 课时 向量数量积的定义、投影向量

一、选择题

1. 在正六边形 $ABCDEF$ 中，向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

2. [2024·重庆八中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$BC=4$，$\angle ABC=60°$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$（　　）

A. 12　　B. 6

C. -6　　D. -12

3. 下列说法中错误的是（　　）

A. 对于任意向量 $\boldsymbol{a}$，都有 $\boldsymbol{0}\cdot\boldsymbol{a}=0$

B. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$

C. 对于任意向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，都有 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$

D. 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共线，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\pm|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$

4. 已知 $|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=4$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-6$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为（　　）

A. $\frac{5\pi}{6}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中，“$\triangle ABC$ 为钝角三角形”是“$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}>0$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

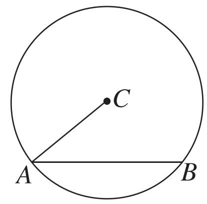
D. 既不充分也不必要条件

6. [2024·淄博高一期中] 已知 O 是 $\triangle ABC$ 的外心，满足 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AO}$，$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AB}|$，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 在向量 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影向量为（　　）

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}\overrightarrow{BC}$

C. $-\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{4}\overrightarrow{BC}$

7. 如图，AB 是圆 C 的一条弦，则下列条件中能得出 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=2$ 的是（　　）



A. 圆 C 的半径为 2

B. 圆 C 的半径为 1

C. 弦 AB 的长为 2

D. 弦 AB 的长为 1

8. (多选题) 已知两个单位向量 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 θ，则下列说法正确的是（　　）

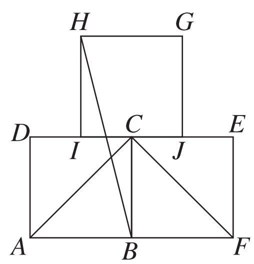
A. $\boldsymbol{e}_1$ 在 $\boldsymbol{e}_2$ 上的投影向量为 $\cos\theta\,\boldsymbol{e}_2$

B. $\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2=1$

C. $\boldsymbol{e}_1^2=\boldsymbol{e}_2^2$

D. $(\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)\perp(\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2)$

9. (多选题) 如图，I，J 分别为 CD，CE 的中点，四边形 $ABCD$、四边形 $BCEF$ 和四边形 $GHIJ$ 均为正方形，则（　　）



A. $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CF}=0$

B. $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{AC}>0$

D. $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的投影向量为 $2\overrightarrow{CB}$

二、填空题

10. 若 $|\boldsymbol{a}|=2$，$\boldsymbol{b}=-3\boldsymbol{a}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$________.

11. [2024·重庆巴蜀中学高一期中] 已知非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和单位向量 $\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，且向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角为 $30°$，则 $|\boldsymbol{a}|=$________.

12. 已知 P 是边长为 2 的菱形 $ABCD$ 内一点（不包括边界），若 $\angle BAD=120°$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的取值范围是________.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题

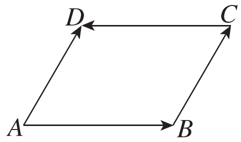
13. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,$|\overrightarrow{AB}|=4$,$|\overrightarrow{AD}|=3$,$\angle DAB=60°$,求:

(1)$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$;

(2)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$;

(3)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$;

(4)$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CD}$.



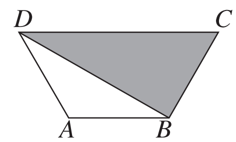
14. 若向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$,且 $|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=1$,$|\boldsymbol{c}|=4$,求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}$.

▶ 思维探索 选做题

15. 对任意两个非零的平面向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$,定义 $\boldsymbol{\alpha}\circ\boldsymbol{\beta}=\dfrac{\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\beta}}{\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}}$.若平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|\geqslant|\boldsymbol{b}|>0$,$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$,且 $\boldsymbol{a}\circ\boldsymbol{b}$ 和 $\boldsymbol{b}\circ\boldsymbol{a}$ 都在集合 $\left\{\dfrac{n}{2}\middle|n\in\mathbf{Z}\right\}$ 中,则 $\boldsymbol{a}\circ\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\circ\boldsymbol{a}=$ ( )

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. 2　　C. $\dfrac{5}{2}$　　D. 3

16. 如图,在梯形 $ABCD$ 中,$DA=AB=BC=\dfrac{1}{2}CD=1$,若点 P 在阴影区域内(含边界)运动,求 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的取值范围.



第 2 课时　向量数量积的运算律

一、选择题

1. 设向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 $-\frac{1}{3}$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，则 $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=$　（　）

A. -23　　B. 23

C. -27　　D. 27

2. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则　（　）

A. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B. $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

C. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$，则 $|4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$　（　）

A. 12　　B. 4

C. $2\sqrt{3}$　　D. 2

4. ［2024・华师大一附中高一期中］已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 均为单位向量，且 $2\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{b}+4\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为　（　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{4}$

5. 已知向量 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，$D$ 是 BC 的中点，$|\overrightarrow{AB}|=2$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的值为　（　）

A. 1　　B. 2

C. -1　　D. -2

6. 设向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，定义 $\boldsymbol{a}\oplus\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}\sin\theta+\boldsymbol{b}\cos\theta|$. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 为单位向量，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=1$，则 $\boldsymbol{a}\oplus\boldsymbol{b}=$　（　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $2\sqrt{3}$

7. 设两个向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 满足 $|\boldsymbol{e}_1|=2$，$|\boldsymbol{e}_2|=1$，$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 $60°$，若向量 $2t\boldsymbol{e}_1+7\boldsymbol{e}_2$ 与向量 $\boldsymbol{e}_1+t\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为钝角，则实数 t 的取值范围是　（　）

A. $\left(-7,-\frac{1}{2}\right)$

B. $\left(-7,-\frac{\sqrt{14}}{2}\right)\cup\left(-\frac{\sqrt{14}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-7,-\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$

D. $\left(-\frac{\sqrt{14}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

8. （多选题）已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 均为单位向量，且 $|\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}|=\sqrt{5}$，则下列结论正确的是　（　）

A. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$　　B. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$

C. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$　　D. $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=60°$

9. （多选题）［2024・福建八市高一期中］定义：已知两个非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，它们的夹角为 θ，我们把 $|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\sin\theta$ 叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的叉乘，记作 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，以下说法正确的是　（　）

A. 若 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=0$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

B. $\lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=(\lambda\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{b}$

C. 若四边形 $ABCD$ 为平行四边形，则它的面积等于 $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}$

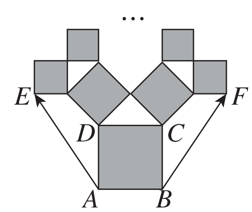
D. 若 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\sqrt{3}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 的最小值为 $\sqrt{6}$

二、填空题

10. ［2024・山东青岛高一期中］若 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$ ________.

11. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=1$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为________.

12. ［2024・辽宁本溪高一期中］如图，正方形的一条边上连接一个等腰直角三角形，等腰直角三角形的两腰上再分别连接一个正方形，以此类推. 设初始正方形 $ABCD$ 的边长为 2，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}=$ ________.



三、解答题

13. ［2024・佳木斯高一期中］已知 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$.

(1) 求 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$；

(2) 若 $(m\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，$(\boldsymbol{a}-n\boldsymbol{b})/\!/(2\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b})$，$m,n\in\mathbf{R}$，求 $m-n$ 的值.

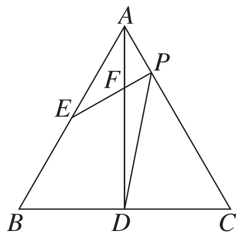
班级	
姓名	

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

14. 如图,在边长为 4 的正三角形 ABC 中,E 为 AB 的中点,D 为 BC 的中点,$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AF}$. 令 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

(1)试用 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{EF}$;

(2)延长 EF 交 AC 于点 P,求 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{DP}$ 的值.



▶ 思维探索 选做题

15. [2024 · 温州中学高一期中] 已知 $|\boldsymbol{a}|=1$,$|\boldsymbol{b}|=2$,$|\boldsymbol{c}|=3$,且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{5}{8}$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$ 的最大值为 ( )

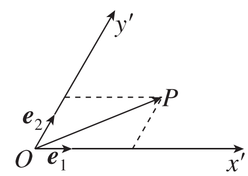
A. $\frac{11}{2}$　　B. 5

C. $\frac{13}{2}$　　D. 6

16. 如图,设 Ox',Oy' 是平面内相交成 60°角的两条数轴,$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$ 分别是与 x' 轴、y' 轴正方向同向的单位向量. 若向量 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2$,则把有序数对$(x,y)$叫作 $\overrightarrow{OP}$ 在坐标系 $x'Oy'$ 中的坐标. 已知向量 $\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OB}$ 在坐标系 $x'Oy'$ 中的坐标分别为$(2,3)$,$(4,5)$.

(1)求$|\overrightarrow{AB}|$.

(2)在 y' 轴上是否存在一点 C,使得$\triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的直角三角形?若存在,求出点 C 的坐标;若不存在,请说明理由.



滚动习题（一）

范围 6.1～6.2

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

1. 若点 O 是平行四边形 $ABCD$ 的两条对角线的交点,则 $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB}=$　　(　　)

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{CD}$　　D. $\mathbf{0}$

2. [2024·浙江宁波镇海中学高一月考] 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|$,且 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{5\pi}{6}$,则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为　　(　　)

A. $\sqrt{3}\boldsymbol{b}$　　B. $-\sqrt{3}\boldsymbol{b}$

C. $3\boldsymbol{b}$　　D. $-3\boldsymbol{b}$

3. 已知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是两个不共线的向量,向量 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{b}=k\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$.若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,则 $k=$　　(　　)

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

4. [2024·山西运城中学高一月考] 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是非零向量,则“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”是“$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=0$”的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

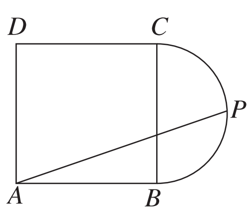
D. 既不充分也不必要条件

5. 在△ABC 中,D 为 AC 边的中点,E 在 BC 边上,且 $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$,则 $\overrightarrow{DE}=$　　(　　)

A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

6. 如图,四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,P 为半圆弧 BC(含端点)上的动点,则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的取值范围为　　(　　)



A. $[2,6]$　　B. $[2,3]$

C. $[4,6]$　　D. $[4,8]$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

7. [2024·合肥 168 中学高一期中] 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 都是非零向量,则下列说法中正确的是　　(　　)

A. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$

B. 若 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

C. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$,则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角

D. 若 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 同向

8. 设 M 是△ABC 所在平面内一点,则下列说法正确的是　　(　　)

A. 若 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$,则点 M 是△ABC 的重心

B. 若 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$,则点 M 在 BC 的延长线上

C. 若 $2\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$,且 $x+y=1$,则△MBC 的面积是△ABC 面积的$\frac{1}{2}$

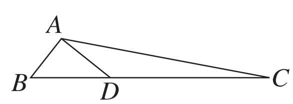
D. 若 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}$,$\overrightarrow{AM}=\lambda\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)$,则△$ABC$ 为等腰三角形

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. [2024·江西景德镇高一期中] 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为$\frac{3\pi}{4}$,$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{2}$,则 $|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=$________.

10. 在四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{BC}=-4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CD}=-5\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$,则四边形 $ABCD$ 的形状是________.

11. 如图,在△ABC 中,$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$,$|\overrightarrow{AB}|=1$,$\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{BD}$,则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=$________.



12. 若 $|\boldsymbol{a}|=1$,$|\boldsymbol{b}|=3$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的取值范围是________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

四、解答题（本大题共 3 小题，共 38 分）

13. （10 分）已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=-6$，且$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$.

(1)求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；

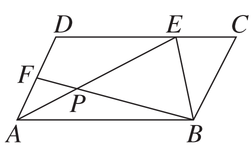
(2)求 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角θ；

(3)求$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$.

14. （13 分）[2024・山东德州高一期中] 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC}$，$2\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}$，$AE$ 和 BF 交于点 P.

(1)用 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$ 表示向量 $\overrightarrow{AP}$；

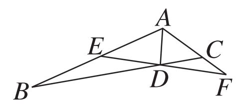
(2)若$\triangle BPE$ 的面积为 S_1，$\triangle APF$ 的面积为 S_2，求$\dfrac{S_1}{S_2}$的值.



15. （15 分）[2024・浙江宁波五校联盟高一期中] 平面几何中有如下结论："三角形 ABC 的角平分线 AD（D 在 BC 边上）分对边所成的两段之比等于角的两边之比，即$\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{AB}{AC}$". 如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$AC=1$，AD 平分$\angle BAC$，D 在 BC 边上. 过点 D 作直线交 AB，AC 的延长线于不同两点 E，F，且满足 $\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}(0<x<1)$，$\overrightarrow{AF}=y\overrightarrow{AC}(y>0)$.

(1)求$\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}$的值；

(2)若$\angle BAC=120^\circ$，求 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的最小值.

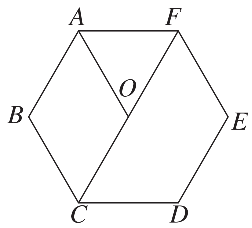


6.3 平面向量基本定理及坐标表示

6.3.1 平面向量基本定理

一、选择题

1. 如图所示，点 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心，则能构成一个基底的向量是（　　）



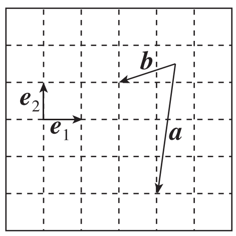
A. $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CF}$

D. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE}$

2. 如图所示，用向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 表示向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 为（　　）



A. $-4\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$　　B. $-2\boldsymbol{e}_1-4\boldsymbol{e}_2$

C. $\boldsymbol{e}_1-3\boldsymbol{e}_2$　　D. $3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$

3. 在矩形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}=5\boldsymbol{e}_1$，$\overrightarrow{DC}=3\boldsymbol{e}_2$，$AC$ 与 BD 交于点 O，则 $\overrightarrow{OC}=$（　　）

A. $\frac{1}{2}(5\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2)$　　B. $\frac{1}{2}(5\boldsymbol{e}_1-3\boldsymbol{e}_2)$

C. $\frac{1}{2}(3\boldsymbol{e}_2-5\boldsymbol{e}_1)$　　D. $\frac{1}{2}(5\boldsymbol{e}_2-3\boldsymbol{e}_1)$

4. 设空间四点 O,A,B,P 满足 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AB}$，其中 $0<t<1$，则（　　）

A. 点 P 在线段 AB 上

B. 点 P 在线段 AB 的延长线上

C. 点 P 在线段 BA 的延长线上

D. 点 P 不一定在直线 AB 上

5. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{c}=6\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$，其中 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 不共线，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的关系是（　　）

A. 不共线　　B. 共线

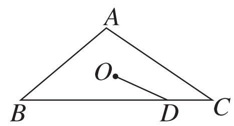
C. 相等　　D. 不确定

6. 在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=BC=CD=3AD$，E 为边 CD 上靠近点 D 的三等分点，F 为边 BC 的中点，则 $\overrightarrow{FE}=$（　　）

A. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{18}\overrightarrow{BC}$　　B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{18}\overrightarrow{BC}$

C. $\frac{4}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{18}\overrightarrow{BC}$　　D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{18}\overrightarrow{BC}$

7. ［2024·广东六校高一期末］如图，点 O 是$\triangle ABC$ 的重心，点 D 是边 BC 上一点，且 $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{DC}$，若 $\overrightarrow{OD}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，则$\frac{m}{n}=$（　　）



A. $\frac{1}{5}$　　B. $-\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{4}$

8. （多选题）［2024·江苏盐城五校高一月考］下列说法中正确的是（　　）

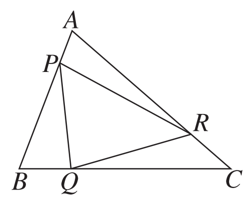
A. 平面向量的一个基底$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$中，$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 一定都是非零向量

B. 在平面向量基本定理 $\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$ 中，若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，则 $\lambda_1=\lambda_2=0$

C. 表示同一平面内所有向量的基底是唯一的

D. 若单位向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为$\frac{3\pi}{4}$，则 $\boldsymbol{e}_1$ 在 $\boldsymbol{e}_2$ 上的投影向量是$-\frac{\sqrt{2}}{2}\boldsymbol{e}_2$

9. （多选题）如图所示，已知 P，Q,R 分别是$\triangle ABC$ 的三边 AB,BC,CA 上靠近点 A，B,C 的四等分点，若 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，则下列向量表示正确的是（　　）



A. $\overrightarrow{QP}=-\frac{3}{4}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　B. $\overrightarrow{QR}=-\frac{3}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

C. $\overrightarrow{PR}=-\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$　　D. $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

二、填空题

10. 已知 $\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 不共线，$\{\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2,\lambda\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2\}$是一个基底，则实数 λ 的取值范围是__________.

11. 已知 A,B,C 三点共线，若 $\overrightarrow{DA}=2\lambda\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{CB}$，则 $\lambda=$________.

12. ［2024·重庆七校高一期中］在平行四边形 $ABCD$ 中，若$|\overrightarrow{AB}|=2$，$\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{2\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|}=\frac{\sqrt{5}\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$，则平行四边形 $ABCD$ 的面积为________.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 设 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是不共线的非零向量，且 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$.

(1)证明：$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 可以构成表示其所在平面内所有向量的一个基底；

(2)设 $\boldsymbol{c}=3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$，试用基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\}$ 表示 $\boldsymbol{c}$；

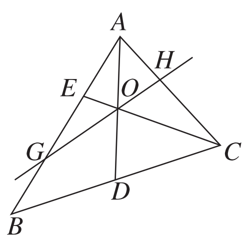
(3)若 $4\boldsymbol{e}_1-3\boldsymbol{e}_2=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$，求 λ,μ 的值.

14. [2024·浙江四校高一月考] 如图，在△ABC 中，D 是 BC 的中点，E 在边 AB 上，且 $BE=2EA$，AD 与 CE 交于点 O.

(1)用 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{AO}$；

(2)过点 O 作直线交线段 AB 于点 G，交线段 AC 于点 H，若 $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AH}=t\overrightarrow{AC}$，求 t 的值；

(3)若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}$，求 $\frac{AB}{AC}$ 的值.



▶ 思维探索 选做题

15. (多选题)已知在△ABC 中，$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，点 M 满足 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AE}$ 且 $\overrightarrow{BM}=\mu\overrightarrow{BF}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则 ( )

A. $\lambda=\frac{1}{2}$

B. $\mu=\frac{2}{3}$

C. $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

D. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

16. 如图，在四边形 $OABC$ 中，$\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{CP}=x\overrightarrow{CB}(0\leqslant x\leqslant 1)$，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BO}^2=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})\cdot\overrightarrow{BO}$.

(1)证明：$OA\perp OC$；

(2)设 $\overrightarrow{OM}=\lambda\overrightarrow{CA}+\mu\overrightarrow{OP}$，求 $\lambda\cdot\mu$ 的最大值，并求 $\lambda\cdot\mu$ 取得最大值时 x 的值.